

Türev & İntegral Formülleri 2026

11 Ana Konu · 90+ Formül · AYT Matematik Kalkülüs

▼ Bu PDF testçöz.com tarafından ücretsiz hazırlanmıştır

<https://testçöz.com/turev-integral-formulleri/>

► Kaynak: 12. sınıf MEB Matematik öğretim programı + ÖSYM AYT içerik kapsamı. Türev-integral AYT Matematik'in en ağırlıklı bölümüdür (~9-11 soru). TYT'de yoktur.

1. Limit (Türev Ön Şartı)

~temel

► Limit Tanımı

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$
Soldan: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$
Sağdan: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$
Limit varsa: sol = sağ

► Limit Kuralları

$\lim (f \pm g) = \lim f \pm \lim g$
 $\lim (f \cdot g) = \lim f \cdot \lim g$
 $\lim (f / g) = \lim f / \lim g \quad (\lim g \neq 0)$
 $\lim (f^n) = (\lim f)^n$
 $\lim (k \cdot f) = k \cdot \lim f$
Süreklilik: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

► Önemli Limitler

$\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x)/x = 1$
 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x)/x = 0$
 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x)/x^2 = 1/2$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 1/x)^x = e$
 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} = e$
 $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1 + x)/x = 1$

► Belirsiz Formlar

$0/0 \cdot \infty/\infty \cdot \infty - \infty \cdot 0 \cdot \infty \cdot 1^\infty \cdot 0^0 \cdot \infty^0$

L'Hôpital kuralı ($0/0$ veya ∞/∞):
 $\lim f(x)/g(x) = \lim f'(x)/g'(x)$

► Daha fazla içerik için: testçöz.com

Net Hesaplama · TYT-AYT-LGS Puan Hesaplama · Sınav Sayaçları · 30+ Sınav Rehberi · Online Testler
testçöz.com/turev-integral-formulleri

2. Türev Tanımı

~temel

► Türev Tanımı

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} [f(x+h) - f(x)] / h \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y / \Delta x \\ &= dy/dx\end{aligned}$$

$f'(a)$: a noktasındaki anlık değişim hızı
Geometrik: $x = a$ noktasındaki teğet eğimi

► Türev Notasyonları

$$\begin{aligned}f'(x) &= (df/dx) = D[f(x)] = (d/dx) f(x) \\ \text{İkinci türev: } f''(x) &= d^2f/dx^2 \\ n. \text{ türev: } f^{(n)}(x) &= d^n f/dx^n \\ \text{Leibniz notasyonu: } &dy/dx, d^2y/dx^2\end{aligned}$$

3. Temel Türev Kuralları

~kritik

► Sabit ve Üs Kuralları

$$\begin{aligned}(c)' &= 0 & (\text{sabit fonksiyon türev} = 0) \\ (x)' &= 1 \\ (x^n)' &= n \cdot x^{n-1} & (\text{üs kuralı}) \\ (c \cdot f)' &= c \cdot f' & (\text{sabit katsayı}) \\ (f \pm g)' &= f' \pm g'\end{aligned}$$

► Çarpım ve Bölüm Kuralı

$$\begin{aligned}(f \cdot g)' &= f' \cdot g + f \cdot g' \\ (f / g)' &= (f' \cdot g - f \cdot g') / g^2 \\ (f \cdot g \cdot h)' &= f' \cdot g \cdot h + f \cdot g' \cdot h + f \cdot g \cdot h'\end{aligned}$$

► Zincir Kuralı (Composition)

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

"dış türev × iç türev"

Örnekler:

$$\begin{aligned}((x^2 + 1)^5)' &= 5(x^2 + 1)^4 \cdot 2x \\ (\sin(2x))' &= \cos(2x) \cdot 2 = 2 \cos(2x) \\ (e^{(3x)})' &= e^{(3x)} \cdot 3 = 3e^{(3x)} \\ (\ln(x^2))' &= (1/x^2) \cdot 2x = 2/x\end{aligned}$$

4. Trigonometrik Fonksiyonların Türevi

~kritik

► Temel Trig Türevleri

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x = 1/\cos^2 x$$

$$(\cot x)' = -\csc^2 x = -1/\sin^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \cdot \tan x$$

$$(\csc x)' = -\csc x \cdot \cot x$$

► Ters Trig Türevleri

$$(\arcsin x)' = 1 / \sqrt{1 - x^2}$$

$$(\arccos x)' = -1 / \sqrt{1 - x^2}$$

$$(\arctan x)' = 1 / (1 + x^2)$$

$$(\operatorname{arccot} x)' = -1 / (1 + x^2)$$

5. Üstel ve Logaritmik Türev

~kritik

► Üstel Fonksiyon

$$(e^x)' = e^x \quad (e \text{ tabanlı})$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln(a) \quad (\text{genel taban})$$

$$(e^{g(x)})' = e^{g(x)} \cdot g'(x)$$

► Logaritmik Fonksiyon

$$(\ln x)' = 1/x \quad (e \text{ tabanlı})$$

$$(\log_a x)' = 1 / (x \cdot \ln a)$$

$$(\ln(g(x)))' = g'(x) / g(x)$$

► Logaritmik Türev Tekniği

$f(x) = u(x)^{v(x)}$ gibi karmaşık fonksiyonlar için:

Önce ln al: $\ln f = v \cdot \ln u$

Türev al: $f'/f = v' \cdot \ln u + v \cdot u'/u$

Örnek: $f(x) = x^x \rightarrow f'(x) = x^x \cdot (\ln x + 1)$

6. Türev Uygulamaları

~ağırlıklı

► Teğet ve Normal

Teğet: $y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$

Normal: $y - f(a) = -1/f'(a) \cdot (x - a)$
(teğete dik doğru)

► Monotonluk ve Ekstremum

$f'(x) > 0 \rightarrow f$ artan

$f'(x) < 0 \rightarrow f$ azalan

$f'(x) = 0 \rightarrow$ kritik nokta (ekstremum adayı)

$f''(x) > 0 \rightarrow$ yerel minimum

$f''(x) < 0 \rightarrow$ yerel maksimum

► Bükülme ve Konkavlık

$f''(x) > 0 \rightarrow$ yukarı konkav (kase)

$f''(x) < 0 \rightarrow$ aşağı konkav (kubbe)

$f''(x) = 0 \rightarrow$ büküm noktası adayı (işaret değişiyorsa)

► Maksimum-Minimum Problemleri

Adımlar:

1. Değişkenleri belirle
2. Hedef fonksiyonu tek değişkenli yaz
3. Türev al, $f'(x) = 0 \rightarrow$ kritik noktalar
4. f'' veya işaret tablosu ile max/min belirle
5. Sınır kontrolü yap

► Hız - İvme

Konum: $s(t)$

Hız: $v(t) = s'(t)$

İvme: $a(t) = v'(t) = s''(t)$

Anlık hız: $v(t_0) = s'(t_0)$

7. Belirsiz İntegral (Antitürev)

~kritik

► Tanım

$\int f(x) dx = F(x) + C$
 $F'(x) = f(x)$
C: integrasyon sabiti
İntegral, türevin tersidir.

► Temel İntegral Formülleri

$\int k dx = kx + C$
 $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1) + C \quad (n \neq -1)$
 $\int (1/x) dx = \ln|x| + C$
 $\int e^x dx = e^x + C$
 $\int a^x dx = a^x/\ln(a) + C$

► Trigonometrik İntegral

$\int \sin x dx = -\cos x + C$
 $\int \cos x dx = \sin x + C$
 $\int \sec^2 x dx = \tan x + C$
 $\int \csc^2 x dx = -\cot x + C$
 $\int \sec x \cdot \tan x dx = \sec x + C$
 $\int \csc x \cdot \cot x dx = -\csc x + C$

► Ters Trig İçeren İntegraller

$\int 1/\sqrt{1-x^2} dx = \arcsin x + C$
 $\int -1/\sqrt{1-x^2} dx = \arccos x + C$
 $\int 1/(1+x^2) dx = \arctan x + C$

► İntegral Lineerliği

$\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$
 $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

8. İntegral Teknikleri

~kritik

► Değişken Değişirme (u-substitution)

$$u = g(x), du = g'(x) dx$$

$$\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f(u) du$$

$$\text{Örnek: } \int 2x \cdot \cos(x^2) dx$$

$$u = x^2, du = 2x dx$$

$$= \int \cos u du = \sin u + C = \sin(x^2) + C$$

► Kısmi İntegrasyon

$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$

LIATE kuralı (u olarak seç):

L: Logaritmik ($\ln x$)

I: İnverse (arcsin, arctan)

A: Algebraic (x^n)

T: Trig (sin, cos)

E: Exponential (e^x)

$$\text{Örnek: } \int x \cdot \cos x dx$$

$$u = x, du = dx; dv = \cos x dx, v = \sin x$$

$$= x \cdot \sin x - \int \sin x dx$$

$$= x \cdot \sin x + \cos x + C$$

► Trigonometrik Yerine Koyma

$$\sqrt{a^2 - x^2} \rightarrow x = a \sin \theta$$

$$\sqrt{a^2 + x^2} \rightarrow x = a \tan \theta$$

$$\sqrt{x^2 - a^2} \rightarrow x = a \sec \theta$$

► Kısmi Kesirler

Polinom rasyonel fonksiyonu basit kesirlere ayır.

$$\text{Örnek: } 1 / [(x-1)(x+2)] = A/(x-1) + B/(x+2)$$

$$1 = A(x+2) + B(x-1)$$

$$x = 1: A = 1/3$$

$$x = -2: B = -1/3$$

9. Belirli İntegral

~kritik

► Newton-Leibniz Teoremi

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

F: f'in herhangi bir antitürevi

► Belirli İntegral Özellikleri

$$\int_a^a f = 0$$

$$\int_a^b f = -\int_b^a f$$

$$\int_a^b f + \int_b^c f = \int_a^c f$$

$$\int_a^b k \cdot f = k \cdot \int_a^b f$$

$$\int_a^b (f \pm g) = \int_a^b f \pm \int_a^b g$$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0 \quad (f \text{ tek fonksiyon})$$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx \quad (f \text{ çift})$$

► Riemann Toplamı

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum f(x_i) \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = (b-a)/n$$

İntegral = eğri altında imzalı alan

10. İntegral Uygulamaları

~ağırlıklı

► Eğri Altındaki Alan

$$A = \int_a^b f(x) dx \quad (f \geq 0)$$

$$A = \int_a^b |f(x)| dx \quad (\text{genel})$$

İki eğri arası alan:

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \quad (f \geq g)$$

► Dönel Cisim Hacmi

X eksenini etrafında:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx \quad (\text{disk yöntemi})$$

Y eksenini etrafında:

$$V = \pi \int_a^b [f^{-1}(y)]^2 dy$$

veya kabuk yöntemi:

$$V = 2\pi \int_a^b x \cdot f(x) dx$$

► Yay Uzunluğu

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

► Yüzey Alanı

$$S = 2\pi \int_a^b f(x) \cdot \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

► Ortalama Değer Teoremi

$$\bar{f} = (1/(b-a)) \cdot \int_a^b f(x) dx$$

f'in [a, b] üzerindeki ortalama değeri

► İş, Yer Değiştirme

Yer değiştirme: $x(b) - x(a) = \int_a^b v(t) dt$

İş: $W = \int_a^b F(x) dx$

11. Önemli Türev/İntegral Çiftleri

~referans

► Hızlı Referans Tablosu

$f(x)$	$f'(x)$	$\int f(x)dx$
x^n	nx^{n-1}	$x^{n+1}/(n+1)$
$1/x$	$-1/x^2$	$\ln x $
e^x	e^x	e^x
a^x	$a^x \ln a$	$a^x/\ln a$
$\ln x$	$1/x$	$x \ln x - x$
$\sin x$	$\cos x$	$-\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$	$-\ln \cos x $
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$	$\ln \sec x + \tan x $
$1/(1+x^2)$	$-2x/(1+x^2)^2$	$\arctan x$
$1/\sqrt{1-x^2}$	$x/(1-x^2)^{3/2}$	$\arcsin x$

► Çalışmaya Devam Et!

AYT'ye 1 ay kala bu PDF'i her gün baştan sona oku. testçöz.com'da daha fazla matematik içeriği:

Sınav Formülleri · 30+ Sınav Rehberi · Canlı Geri Sayımlar
Puan Hesaplama · Net Hesaplama · Online Testler

► <https://testçöz.com/turev-integral-formulleri/>

► Daha fazla içerik için: testçöz.com

Net Hesaplama · TYT-AYT-LGS Puan Hesaplama · Sınav Savaşları · 30+ Sınav Rehberi · Online Testler
testçöz.com/turev-integral-formulleri